



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală, 14. II. 2026
CLASA a VII -a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

ENUNȚ

- a) Dacă $x, y \in \mathbb{Q}$ astfel încât $x\sqrt{3} - y\sqrt{5} = 0$, demonstrați că $x = y = 0$.
b) Determinați perechile de numere raționale (a, b) care verifică relația:

$$\sqrt{3}|a - 5| - 3\sqrt{3} = \sqrt{5(b + 3)^2} - |\sqrt{3} - \sqrt{5}|.$$

Prof. **Claudiu Ciordaș**, Școala Gimnazială "Constantin Brâncoveanu" Satu Mare

SOLUȚIE:

a)	Presupunem că $x \neq 0, y \neq 0$ $x\sqrt{3} - y\sqrt{5} = 0 \Rightarrow x\sqrt{3} = y\sqrt{5}$	2 p
	$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$	3 p
	Cum $x, y \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{x}{y} \in \mathbb{Q}$, dar $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{15}}{3} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$. Contradicție! Așadar, $x = y = 0$	3 p
b)	$\sqrt{3} a - 5 - 3\sqrt{3} = \sqrt{5} b + 3 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})$	2 p
	$\Rightarrow \sqrt{3} a - 5 - 3\sqrt{3} = \sqrt{5} b + 3 - \sqrt{5} + \sqrt{3}$	1 p
	$\Rightarrow \sqrt{3}(a - 5 - 4) = \sqrt{5}(b + 3 - 1)$	2,5 p
	$\Rightarrow \sqrt{3}(a - 5 - 4) - \sqrt{5}(b + 3 - 1) = 0$	2 p
	Ținând cont de a) $\Rightarrow a - 5 - 4 = 0$ și $ b + 3 - 1 = 0$	2 p
	$ a - 5 = 4$, de unde $a = 9$ sau $a = 1$	2 p
	$ b + 3 = 1$, de unde $b = -2$ sau $b = -4$	2 p
$(a, b) \in \{(9, -2), (9, -4), (1, -2), (1, -4)\}$	1 p	



Problema 2.

ENUNȚ

Determinați numerele naturale \overline{ab} pentru care numărul $n = \sqrt{\overline{ab} - \sqrt{\overline{ab}} + a + b}$ este rațional.

Prof. **Adrian Bud**, Liceul Teoretic Negrești - Oaș

SOLUȚIE:

$\sqrt{\overline{ab} - \sqrt{\overline{ab}} + a + b} \in \mathbb{Q}$ \Rightarrow există numărul natural k astfel încât $\overline{ab} - \sqrt{\overline{ab}} + a + b = k^2$	3 p
$\overline{ab} - \sqrt{\overline{ab}} + a + b = k^2 \Rightarrow \sqrt{\overline{ab}} = \overline{ab} + a + b - k^2 \in \mathbb{Q}$	2,5 p
$\Rightarrow \overline{ab} \in \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$	4 p
$\overline{ab} = 16 \Rightarrow n = \sqrt{19} \notin \mathbb{Q}$	2 p
$\overline{ab} = 25 \Rightarrow n = \sqrt{27} \notin \mathbb{Q}$	2 p
$\overline{ab} = 36 \Rightarrow n = \sqrt{39} \notin \mathbb{Q}$	2 p
$\overline{ab} = 49 \Rightarrow n = \sqrt{55} \notin \mathbb{Q}$	2 p
$\overline{ab} = 64 \Rightarrow n = \sqrt{66} \notin \mathbb{Q}$	2 p
$\overline{ab} = 81 \Rightarrow n = \sqrt{81} = 9 \in \mathbb{Q}$; soluție, $\overline{ab} = 81$	3 p

Problema 3.

ENUNȚ

Fie ABCD un pătrat de centru O. Notăm cu E și F mijloacele laturilor BC respectiv CD. Construim triunghiurile echilaterale BEM și DFN cu M și N în interiorul pătratului și triunghiul NMP echilateral cu P și A de o parte și de alta a dreptei MN.

- Arătați că patrulaterul MNFE este trapez isoscel.
- Arătați că O este centrul de greutate al triunghiului MNP.

Prof. **Adrian Bud**, Liceul Teoretic Negrești - Oaș

SOLUȚIE:

		2,5 p
a)	<p>Notăm cu Q intersecția dreptelor BM și DN. $\sphericalangle QBD = \sphericalangle QBC - \sphericalangle DBC = 15^\circ$. $\sphericalangle QDB = \sphericalangle QDC - \sphericalangle BDC = 15^\circ$</p>	2 p
	<p>$\sphericalangle QBD = \sphericalangle QDB \Rightarrow \Delta QBD$ – isoscel $QB = QD, MB = DN \Rightarrow QM = QN$ și $\sphericalangle BQD = 150^\circ$</p>	2 p
	<p>$\sphericalangle QMN = \frac{180^\circ - \sphericalangle MQN}{2} = 15^\circ$</p>	1 p
	<p>$\sphericalangle QMN = \sphericalangle QBD \Rightarrow MN \parallel BD$</p>	1 p
	<p>EF – linie mijlocie în $\Delta BDC \Rightarrow EF \parallel BD$, așadar $MN \parallel BD$</p>	1 p
	<p>$\sphericalangle MEF = 180^\circ - \sphericalangle MEB - \sphericalangle FEC = 75^\circ$ Similar, $\sphericalangle NFE = 75^\circ$</p>	2 p
	<p>$\sphericalangle MEF + \sphericalangle NFE \neq 180^\circ \Rightarrow ME \nparallel NF$ $\Rightarrow MNFE$ – trapez isoscel cu $ME = NF = \frac{BC}{2}$</p>	2 p
b)	<p>Din pct. a) obținem: $\sphericalangle EMN = \sphericalangle FNM = 105^\circ$.</p>	1 p
	<p>ECFO – pătrat $\Rightarrow OE = CE = \frac{BC}{2} = BE = EM$</p>	1 p
	<p>Astfel, obținem ΔEOM – isoscel cu $\sphericalangle MEO = 90^\circ - \sphericalangle MEB = 30^\circ$</p>	2 p
	<p>$\sphericalangle EMO = \frac{180^\circ - \sphericalangle MEO}{2} = 75^\circ$</p>	1 p
	<p>$\sphericalangle NMO = \sphericalangle NME - \sphericalangle EMO = 30^\circ$</p>	1 p
	<p>$\sphericalangle PMO = \sphericalangle PMN - \sphericalangle NMO = 30^\circ = \sphericalangle NMO$, de unde MO este bisectoare în ΔMNP echilateral, deci și mediană.</p>	2 p
	<p>Similar, NO mediană, deci O este centrul de greutate al triunghiului MNP.</p>	1 p

Problema 4.

ENUNȚ

În patrulaterul convex ABCD, $\sphericalangle ABC = 45^\circ$, $\sphericalangle BAD = 150^\circ$, iar triunghiul ADC este dreptunghic isoscel cu ipotenuza AC. Calculați măsura unghiului BDC.

Gazeta Matematică nr. 10 / 2025

SOLUȚIE:

	2,5 p
ΔADC – dreptunghic isoscel $\Rightarrow \sphericalangle DAC = \sphericalangle DCA = 45^\circ$	2 p
$\sphericalangle CAB = \sphericalangle BAD - \sphericalangle DAC = 105^\circ$	2 p
Fie M – mijlocul segmentului AC $\Rightarrow MA = MC = DM, DM \perp AC$	2 p
Fie $AF \perp BC, F \in BC \Rightarrow \Delta AFB$ – isoscel $\Rightarrow \sphericalangle FAB = 45^\circ$	2 p
$\sphericalangle MAF = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$	2 p
MF - mediană în ΔAFC dreptunghic $\Rightarrow FM = MA \Rightarrow \Delta MFA$ - echilateral	2 p
$\Delta AMD \equiv \Delta AFB$ (C.U.)	2 p
$\Delta AMD \equiv \Delta AFB \Rightarrow AD = AB \Rightarrow \Delta DAB$ isoscel	2 p
ΔDAB isoscel, $\sphericalangle A = 150^\circ \Rightarrow \sphericalangle ADB = 15^\circ$	2 p
$\sphericalangle BDC = \sphericalangle ADC - \sphericalangle ADB = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$	2 p

OBS. Orice rezolvare corectă și diferită de cea din barem se va puncta corespunzător!